地球流体力学实验

什么是地球流体？

地球上受地转影响的大尺度运动的流体，即海洋和大气。

地球流体动力学

研究存在于地球及其旋转星球系统中的流体的大尺度运动动力学特征的一门学科。具体说，是研究流体在重力、科氏力和加热作用下大尺度运动的动力学。

地球流体力学的特点

地球流体力学与普通流体力学区别：

1）流体的旋转效应

2）流体的层化效应

参考书：

王斌，翁衡毅 地球物理流体动力学导论，海洋出版社，1981

余志豪，杨大升等，地球流体动力学 气象出版社，1996

刘秦玉， 地球流体力学基础教程

地球系统中的海洋和大气

1. 海洋和大气的共性

1. 大尺度运动都受旋转效应的影响。
2. 都存在密度不均匀，受层化效应的影响。

2.海洋和大气的差别

1. 特征尺度不同（特别重要！）
2. 边界限制不同
3. 受力来源不同
4. 物理现象不同

3.海洋和大气两者存在相互作用

特征尺度包括

1）时间尺度

2）长度尺度

3）速度尺度

特征尺度问题

1. 特征尺度的重要性

特征尺度的选择具有一定的主观性，但却对问题具有指导意义。不合适的特征尺度会导致完全不同的结果。

2. 大尺度的相对性

大尺度指的是显著受到地球自转影响现象的尺度。如对于特征尺度为50公里的海洋现象属于大尺度，在大气属于中小尺度。

大气现象	L	U	T
海陆风	5—50km	1—10m/s	12h
山地风	10—100km	1—20m/s	天
天气系统	100-5000km	1-50m/s	1—10天
盛行风	地球尺度	5—50m/s	3月—1年
气候变化	地球尺度	1-50m/s	10年---

海洋现象	L	U	T
内波	1—20km	0.05--0.5m/s	分—小时
海岸上升流	1—10km	0.1—1m/s	数天
大涡，锋	10—200km	0.1—1m/s	天—周
大流	50—500km	0.5—2m/s	周---季
大尺度回旋	流域尺度	0.01-0.1m/s	10年---更久

地球半径（6371km）

地转实验研究内容

流动——环流、黑潮、陆架边界流、潮汐、河口、污染扩散、Ekman层、大中尺度环流等；

地形——陆架、岛屿、海脊、海洋平台等

波——内重力波、罗斯贝波；

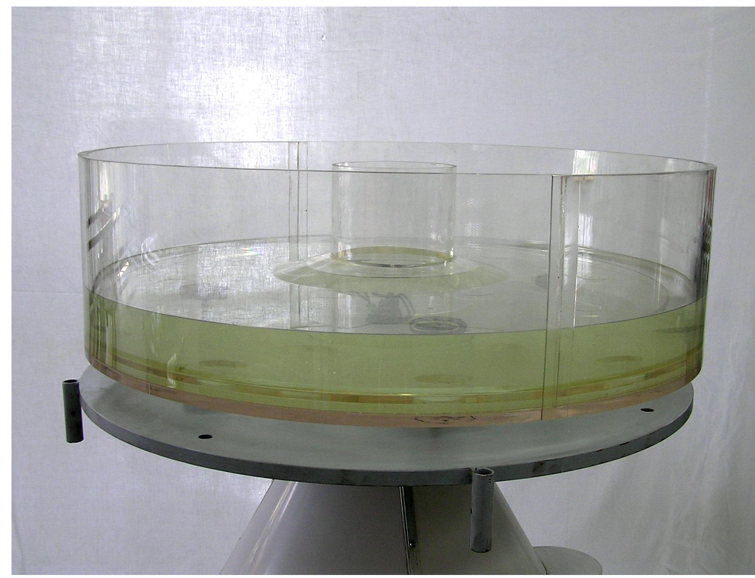
涡旋——气旋或反气旋涡等；

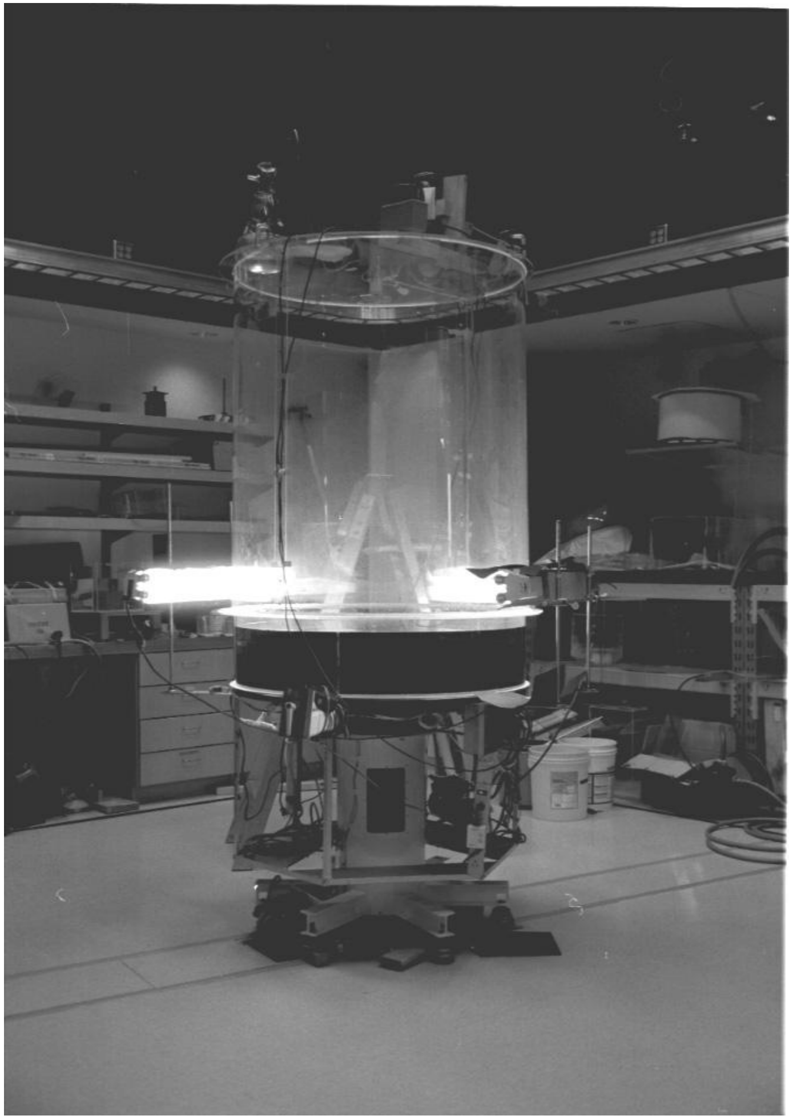
层结流体——

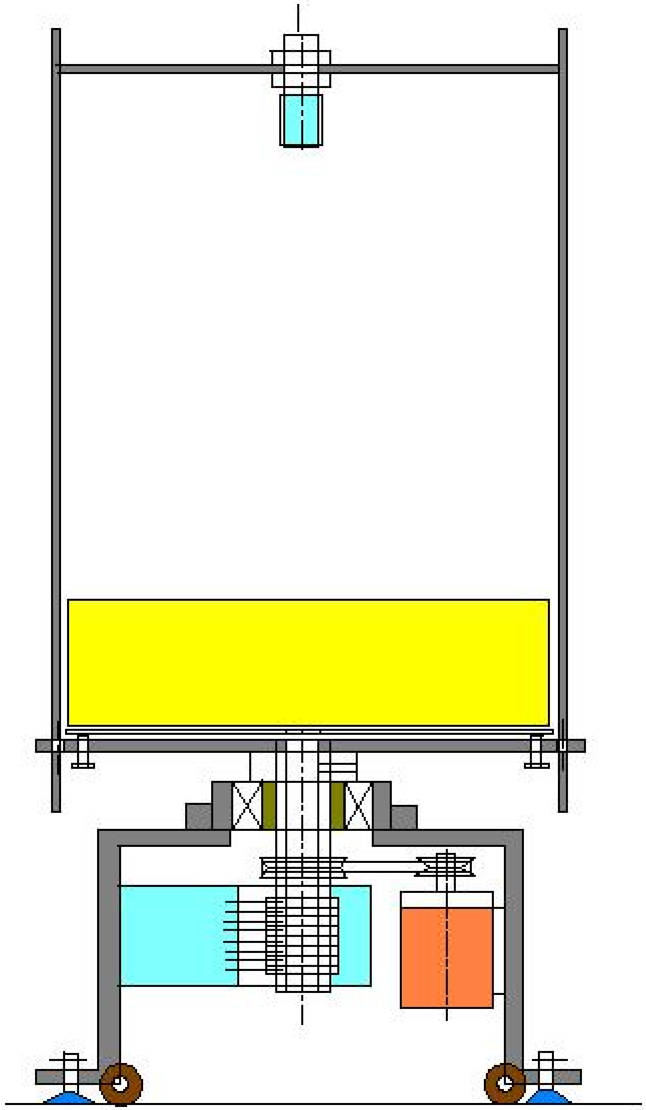
基本实验设备

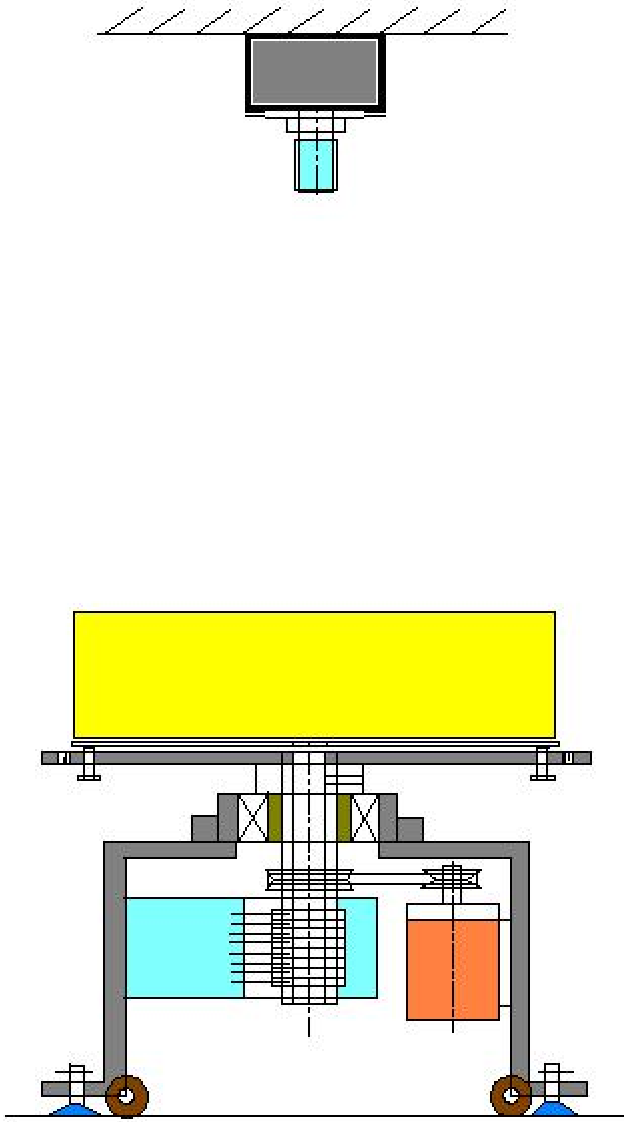
旋转平台：

要求转速均匀、平稳、无振动，无级调速。平台具有一定的承载能力，其上可提供必要的照明和测试仪器。 转台一般要求转速范围为0.5～30rpm; 精度为0.5～1 %.



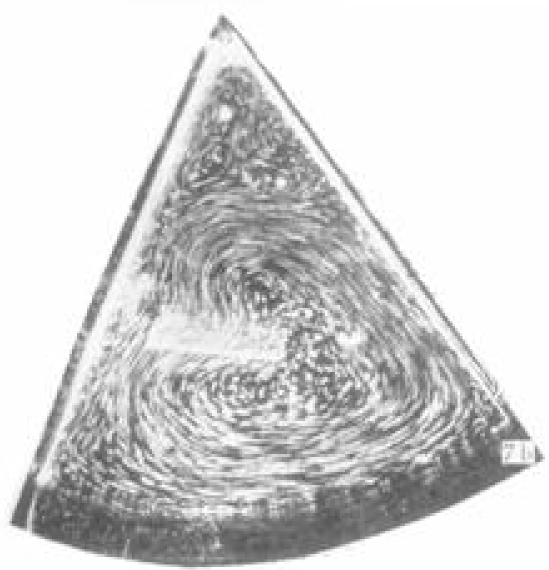


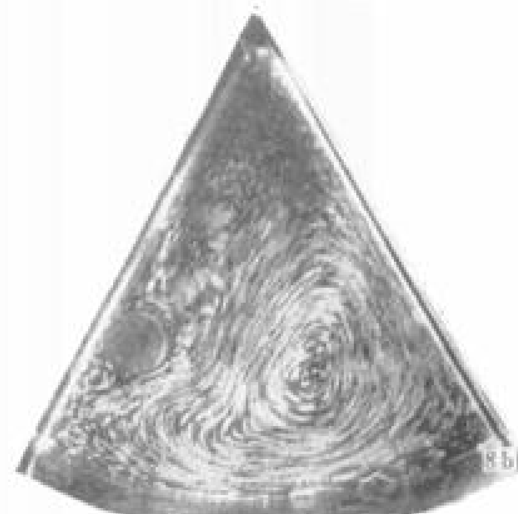



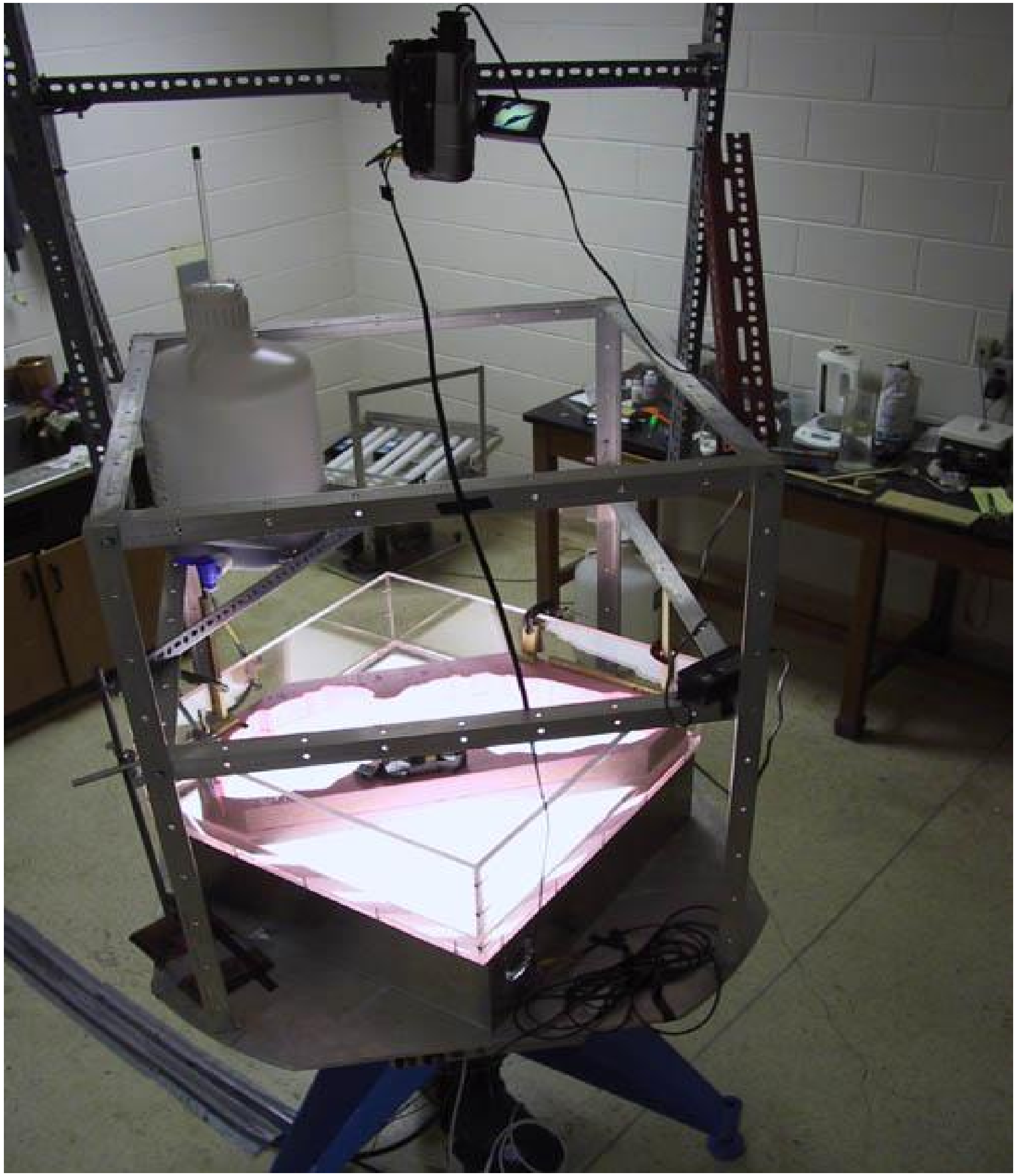


各种水槽：

长形、圆形、扇形水槽， 水洞、风浪槽等。







常用实验技术

1。驱动流动

源汇法、拖动模型、双旋转平板、旋转棒等.

2。层结

两层或线性分层

3。测量

流动可视化：染色示踪法、化学显示（酚蓝）技术、粒子图像处理测速技术（PIV）；高速摄影；LDV、热膜流速仪等。

4. 其他

Rossby数

表示地球旋转影响程度的无因次量Rossby数

$$Ro = \frac{U}{fL} \approx \frac{U}{2\Omega L} = \frac{\text{惯性力}}{\text{科氏力}}$$

其中

$$f = 2\Omega \sin\phi \qquad\qquad \Omega = 7.29 \times 10^{-5} / s$$

Rossby数等于或小于1的运动，定义为大尺度运动。特征速度越小，越可以把较小的特征长度的运动看做大尺度运动。

地转实验相似性准则

模型的Rossby数必须等于原型的Rossby数 $Ro_m = Ro_p$

$$\lambda_{Ro} = \frac{R_{om}}{R_{op}} = \frac{\dfrac{U_m}{2\Omega_{\mathrm{m}} L_m}}{\dfrac{U_p}{2\Omega_p L_p}} = \frac{\lambda_u}{\lambda_\Omega \lambda_L} = 1$$

可导出 $\lambda_\Omega = \dfrac{\lambda_{\mathrm{u}}}{\lambda_{\mathrm{L}}}$

$$Ro = \frac{U}{2\Omega L} < 1$$ 科氏力起主导作用

由于旋转平台的尺度一般小于1m，因此必须根据模型的相关特征量精心选择转台转速,运动速度和特征长度 Ω, U, L 使其满足Rossby数相同的要求。

例：用转台0.03m/s流动和10cm的特征区间，模拟直径为1000公里的台风，需要多大的转台转速？

根据 $\lambda_{Ro}=\dfrac{\lambda_{\mathrm{u}}}{\lambda_{\Omega}\lambda_{\mathrm{L}}}=1$　　$\lambda_{\Omega}=\dfrac{\Omega_{\mathrm{m}}}{\Omega_{\mathrm{p}}}=\dfrac{\lambda_{\mathrm{u}}}{\lambda_{\mathrm{L}}}$

已知 $\lambda_{\mathrm{L}}=\dfrac{\mathrm{L_m}}{\mathrm{L_p}}=10^{-7}$　　$\lambda_{\mathrm{u}}=\dfrac{\mathrm{U_m}}{\mathrm{U_p}}=\dfrac{0.03}{30}=10^{-3}$

已知地球自转角速度　$\Omega_{\mathrm{p}}=7.292\times10^{-5}$弧度/秒

得转台转速　$\Omega_{\mathrm{m}}=\frac{\lambda_{\mathrm{U}}}{\lambda_{\mathrm{L}}}\cdot\Omega_{\mathrm{p}}=10^{4}\times7.292\times10^{-5}$弧度/秒$\approx7$转/分

惯性参照系和旋转参照系

- 静止或加速度等于零的参照系为惯性参照系。

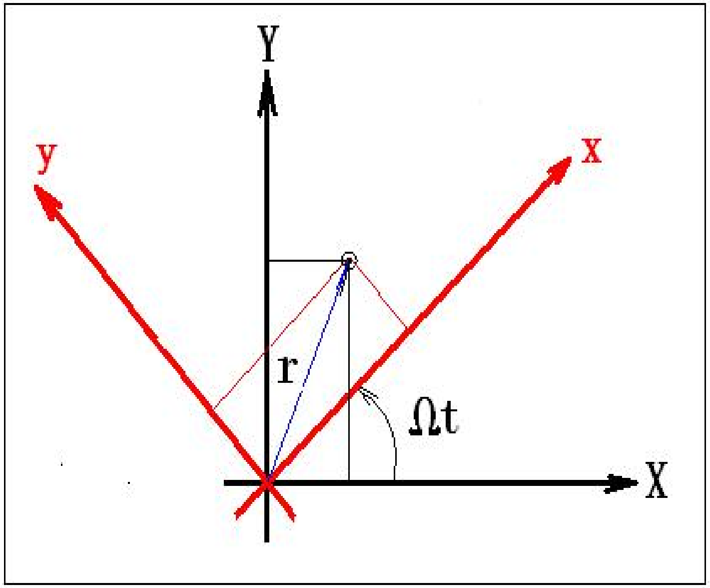
- 惯性参照系与旋转参照系是相对概念：

  1） 太阳系相对地球

  2） 地面相对转台

惯性参照系和旋转参照系

- 位置关系



$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$x = X\cos\Omega t + Y\sin\Omega t$$

$$y = -X\sin\Omega t + Y\cos\Omega t$$

- 速度关系 $$\frac{D\vec{r}}{Dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} + \vec{\Omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{U} = \vec{u} + \vec{\Omega} \times \vec{r}$$

$$U = u - \Omega y$$

$$V = v + \Omega x$$

- 加速度关系 $$\frac{D^2\vec{r}}{Dt^2}=\frac{d\vec{u}}{dt}+2\Omega\times\vec{u}+2\Omega\times\left(\vec{\Omega}\times\vec{r}\right)$$

$$\vec{A}=\vec{a}+2\Omega\times\vec{u}+2\Omega\times\left(\vec{\Omega}\times\vec{r}\right)$$

$$\vec{a}=a\vec{i}+b\vec{j}$$

$$\vec{A}=A\vec{i}+B\vec{j}$$

其中：

$$A=a-2\Omega v-\Omega^2 x$$

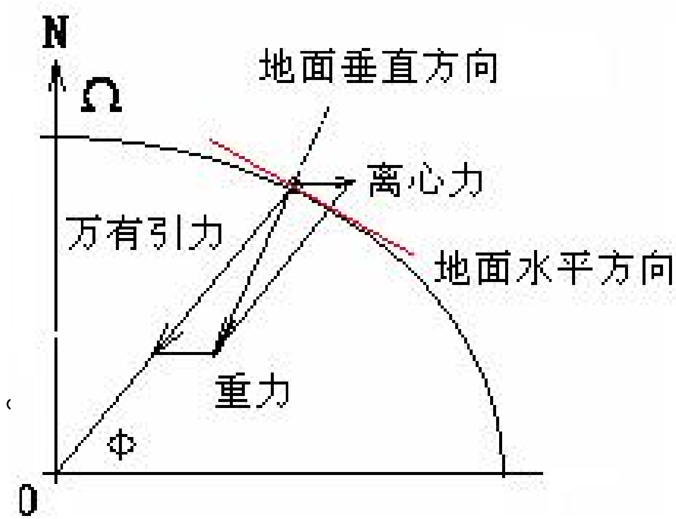
$$B=b+2\Omega u-\Omega^2 y$$

右边第二项为科氏加速度，第三项为离心加速度。

地球的离心加速度

1. 离心加速度与距转轴的距离成比例；
2. 离心加速度量值上远大于科氏加速度；
3. 离心力与万有引力合力为重力；
4. 重力与地平面垂直，并不指向地心；

5. 地球表面弯曲，离心力水平分量与纬度成正比。
 在高纬度，分量大，但是量值小，水平值小；
 在低纬度，量值大，分量小，水平值仍小。



6. 离心加速度与速度无关。

总之，尽管离心力量值很大，但其水平分量很小，它表现在重力的变化（因为重力是地引力和离心力的合力）。

因此，**地球流体力学研究中可忽略离心力。**

实验旋转平台的离心力

由于实验转台是水平的，转台上流体的离心力：

1）与转台角速度和距极轴距离有关，轴距越大，离心力越大。

2）离心力全部为水平方向，故量值大。

因此，离心力会严重影响平台上的流体。实验应尽量避免离心力影响（**采用低转速，小半径方案**）

科氏力实验

科氏力基本概念

科氏力是地球旋转流体的基本现象。在旋转动力学系统中，x轴向东，y轴向北，z轴向天顶的坐标中的科氏力项为

$$科氏力 = -f\vec{k}\times\vec{V}$$

其中 $f = 2\Omega\sin\phi$ 称为地球科氏参数；$\vec{V}$ 为流速矢量，$\vec{k}$ 为铅直坐标单位矢量；ϕ 为纬度

科氏参数随纬度的变化率为

$$\beta = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2\Omega\cos\phi}{a}$$

地球科氏力的基本特征

1. 与运动方向成90度夹角；
2. 方向与背景旋转方向相反，北半球在运动方向的右，南半球在运动方向的左；
3. 只改变运动方向，不改变运动速度；
4. 与运动速度成正比；
5. 与地球自转速度成正比；
5. 纬度越大科氏力越大，极地最大，赤道为零；

重要概念

- 科氏力并不是“力”。它只改变运动的方向，不做功，并不改变运动能量。
- 在旋转参照系中看到的“力”现象。在惯性坐标系中不存在。是一种“错觉”。

旋转平台的科氏参数 f

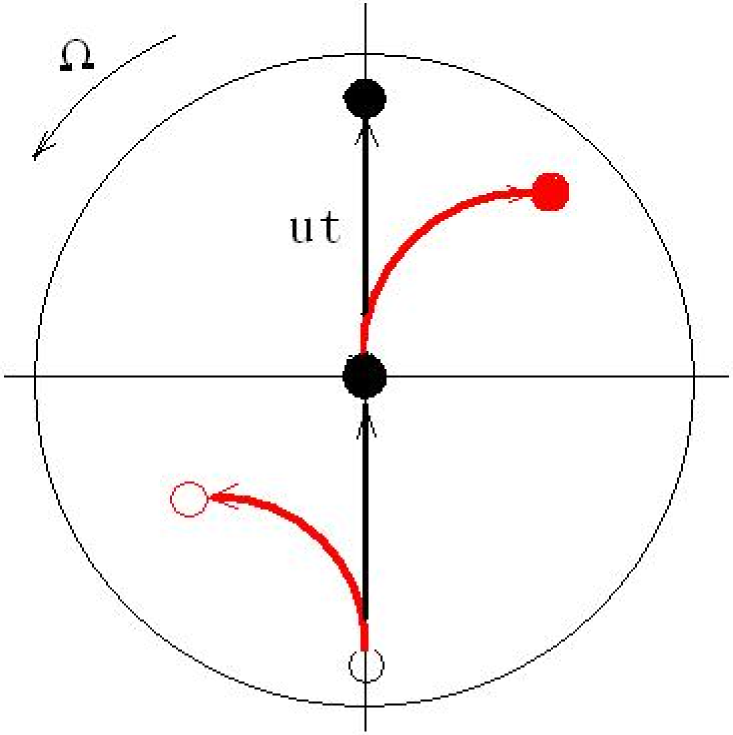
科氏参数为 $f=2\Omega\sin\phi$ 其为相对角速度在地面法线上的分量。

由于旋转平台是水平的，纬度角 $\phi=90^0$ 因此 $f=2\Omega\sin\phi\approx 2\Omega$

为了模拟纬度影响，必须采用斜坡方法，模拟纬度变化，

- 实验演示

科氏力跟速度和转台角速度成正比，因此将不同速度钢球的运动进行比较时就会发现科氏效应的差别



旋转参照系中的
惯性运动实验

惯性运动

- 静止或匀速直线运动；
- 没有加速度的运动；
- 不受力或力平衡状态的运动。

旋转坐标系上**不考虑离心力**的**惯性运动**方程为：

$$A = a - 2\Omega v - \Omega^2 x$$
$$B = b + 2\Omega u - \Omega^2 y$$

$$\frac{du}{dt} - 2\Omega v = 0$$
$$\frac{dv}{dt} + 2\Omega u = 0$$

解上述方程得：

$$u = C\sin(ft + \phi)$$
$$v = C\cos(ft + \phi)$$

$$C = \sqrt{u^2 + v^2} = \left|\vec{V}\right|$$
$$f = 2\Omega$$

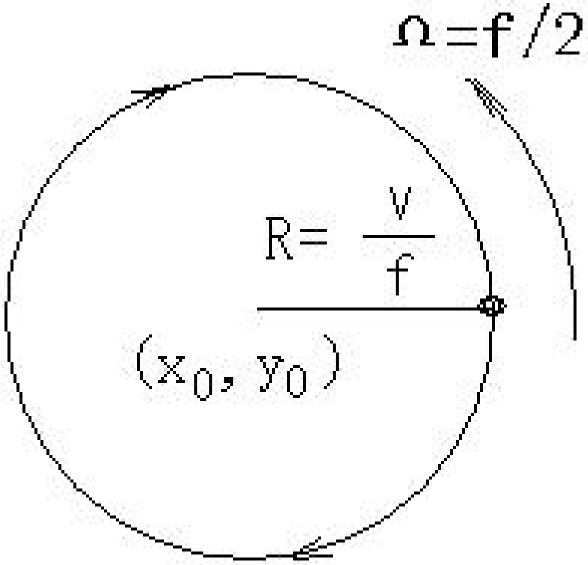
积分得：

$$x = x_0 - \frac{V}{f}\cos(ft + \phi)$$

$$y = y_0 + \frac{V}{f}\sin(ft + \phi)$$

运动轨迹：

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=\left(\frac{V}{f}\right)^2$$



<u>**重要概念：**</u>

一个在非旋转系中的惯性（直线）运动轨迹，在旋转系中的却看到的是一个半径为V/ f 的圆！

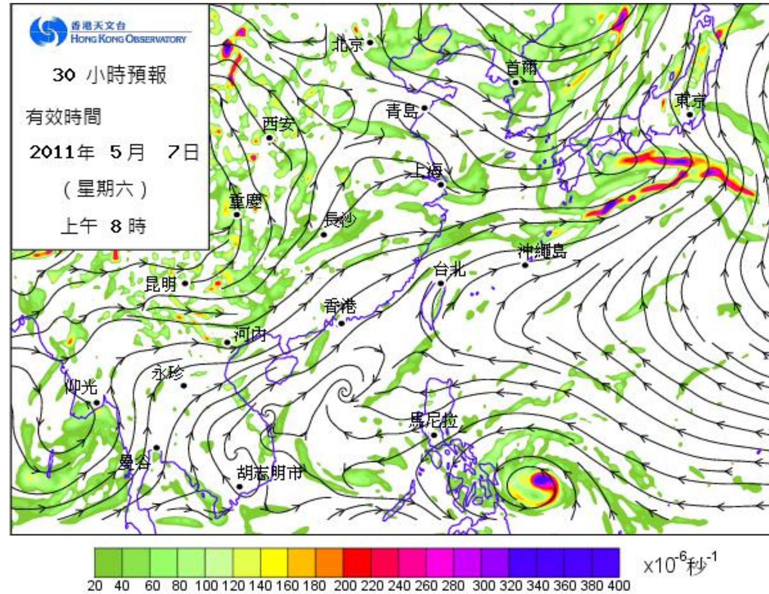
称之为惯性圆

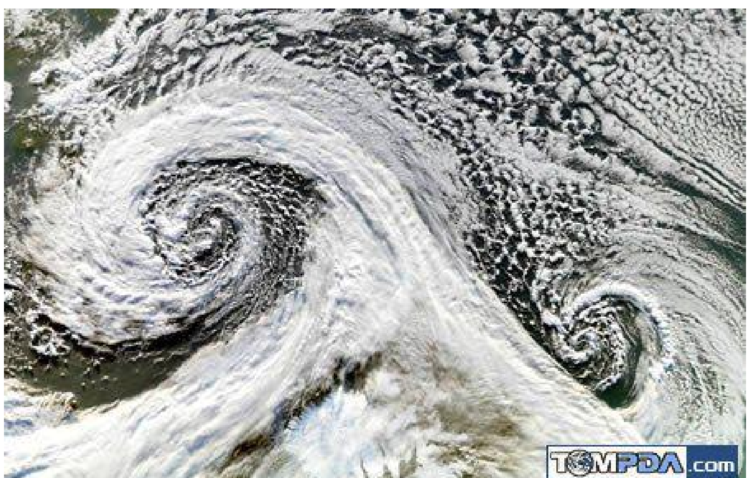
惯性圆的特征

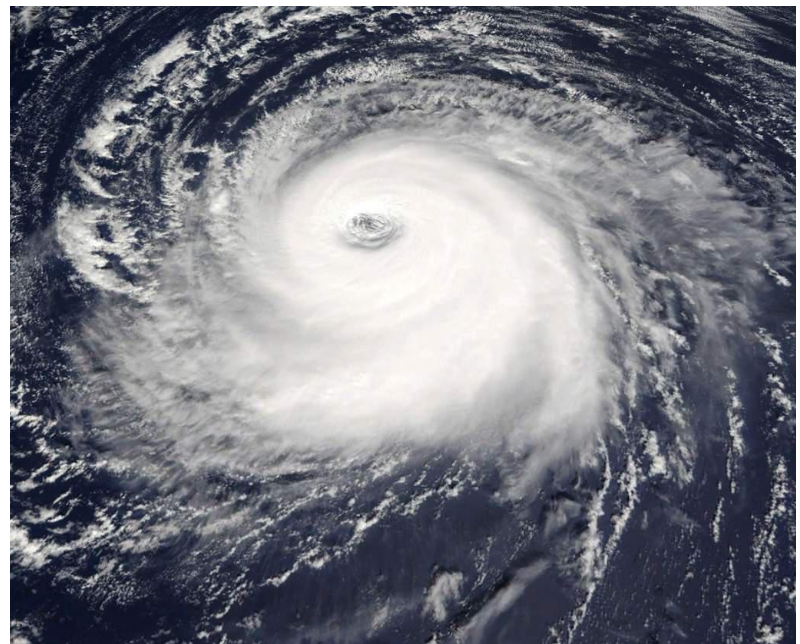
1. 运动速度 V 越快，惯性圆越大;
2. 科氏参数 $f = 2\Omega \sin\phi$ 越大，惯性圆越小;
3. 惯性圆以角速度 $\Omega = f/2$ 旋转;
4. 惯性圆的周期 $T_a = 2\pi/f$ 是旋转系自转周期 $T_p = 2\pi/\Omega$ 的一半;
5. 惯性圆的旋转方向与背景旋转方向相反，反时针(北半球) f >0，顺时针(南半球) f<0 ;

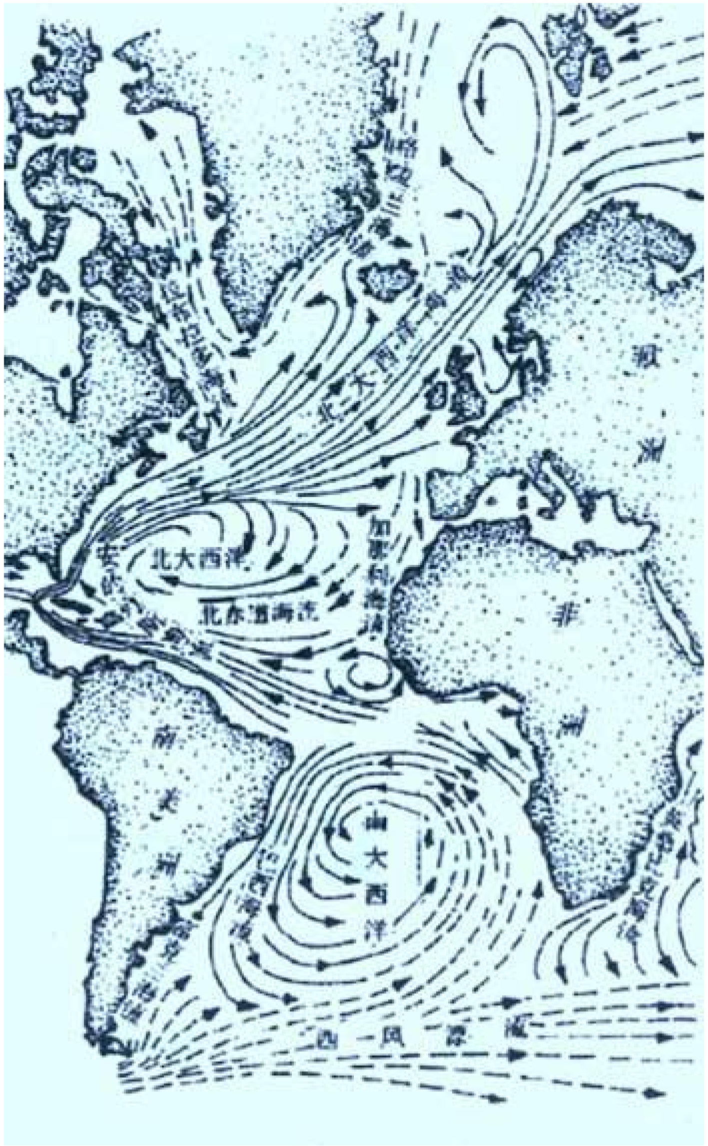
以上是地球上海洋和大气运动为什么大都以涡漩或圆周运动的形式出现的根本原因，也是地球流体运动的最基本的源头规律之一。

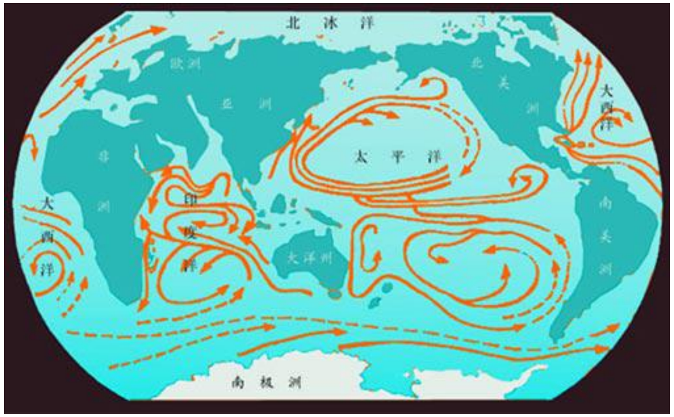

气象卫星（FY-1D）监测图像
2004年8月12日19:42(北京时间)
中国气象局
国家卫星气象中心

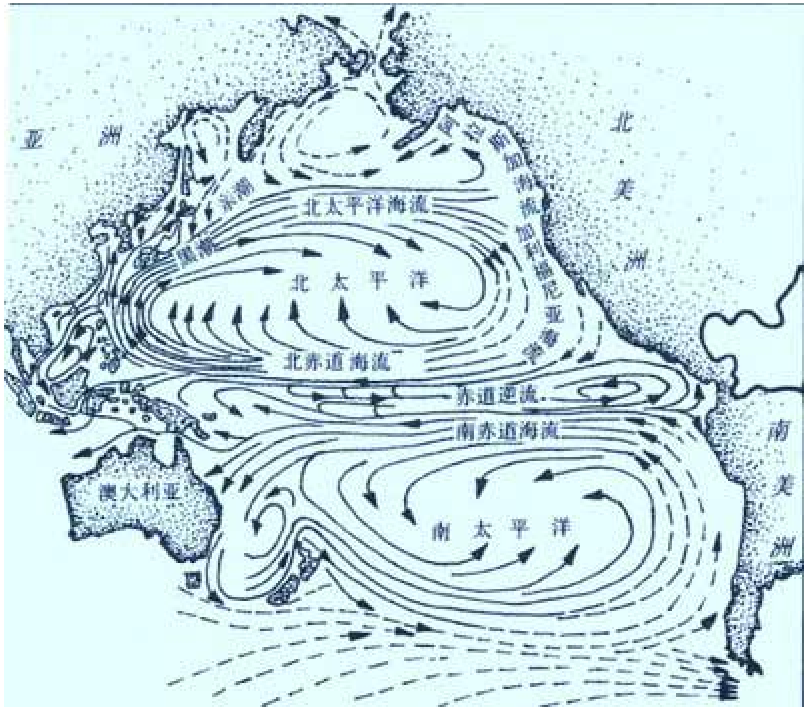

香港天文台
HONG KONG OBSERVATORY
30 小時預報
有效時間
2011年 5月 7日
(星期六)
上午 8 時
北京
首爾
東京
西安
青島
上海
重慶
長沙
沖繩島
昆明
台北
香港
河內
永珍
仰光
馬尼拉
曼谷
胡志明市
20 40 60 80 100 120 140 160 180 200 220 240 260 280 300 320 340 360 380 400
x10^{-6}秒$^{-1}$






北大西洋
北赤道海流
加那利海流
南大西洋
西风漂流
非洲
南美洲

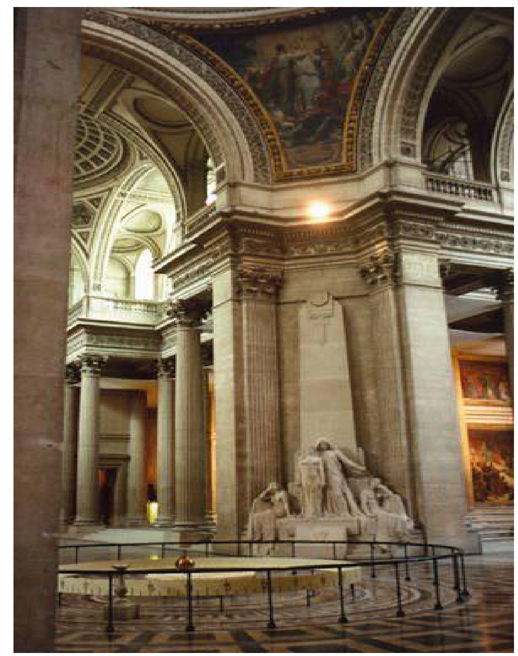

北冰洋
欧洲
亚洲
北美洲
大西洋
太平洋
非洲
印度洋
大洋洲
南美洲
南极洲


亚洲
北美洲
北太平洋海流
黑潮
加利福尼亚海流
北太平洋
北赤道海流
赤道逆流
南赤道海流
澳大利亚
南太平洋
南美洲

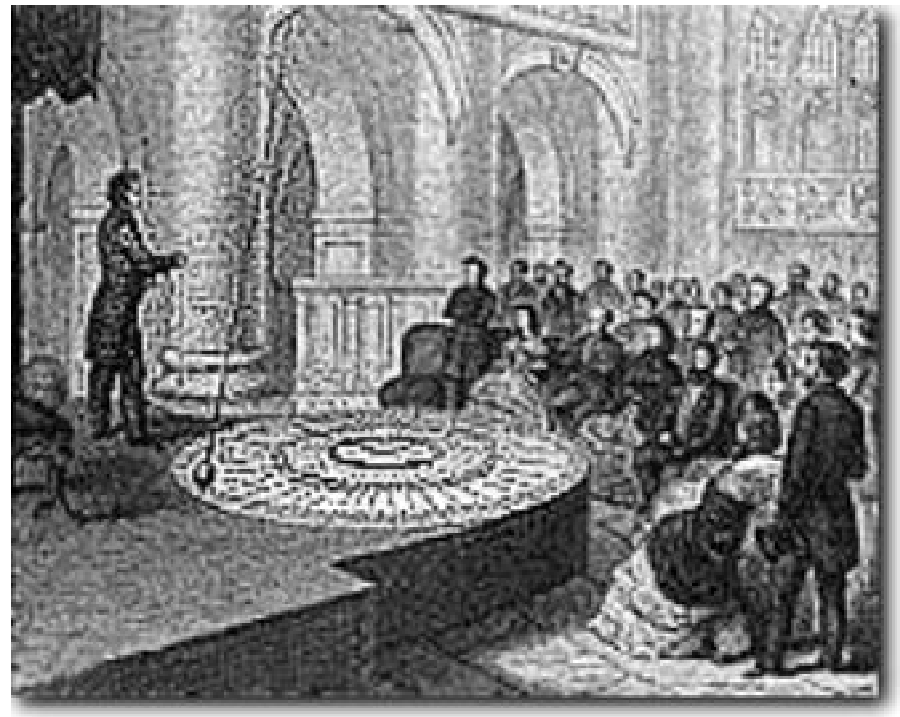
惯性圆的经典实验-----------傅科摆

1852年，法国物理学家傅科制作了首个傅科摆。将67米摆线悬在大厅穹顶，悬挂28公斤重锤。演示说明地球旋转效应。

Scanned at the American Institute of Physics



在北半球时，摆动平面顺时针转动；在南半球时，摆动平面逆时针转动。而且纬度越高，转动速度越快，在赤道上的摆几乎不转动，在两极极点旋转一周的周期则为一恒星日（23小时56分4秒），简单计算中可视为24小时。



摆锤的受力情况

实验中的三种参数:

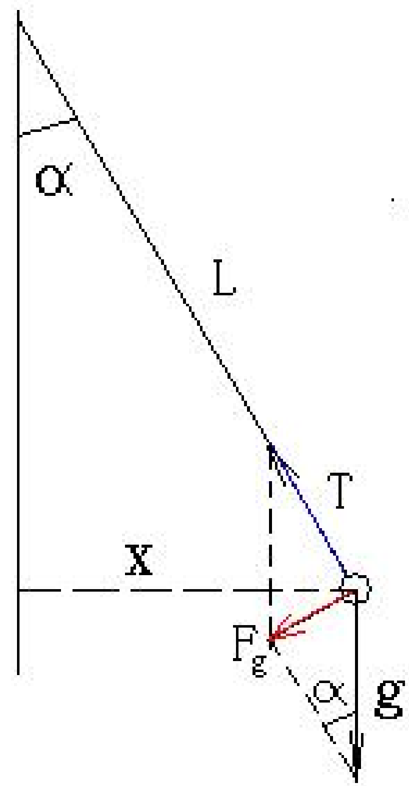
g:重力加速度

Ω:转台（地球）角速度

l:摆锤的臂长

单位质量重力的分量为

$$F_g = g\sin\alpha = g\frac{x}{l}$$



当臂长较长，摆幅较小时，中部近似惯性运动

钟锤摆的二维运动方程

摆线的平衡点是转台的轴心。

重力将重物向平衡点拉，同时由于旋转，离心力使得重物向外甩出.当转台逆时针旋转时，垂直于重物运动方向的科氏力使其运动向右偏。这样本来一维的往复运动变成了多样复杂的二维运动。

不考虑摩擦阻力， 将牛顿第二运动定律在旋转参考系展开

$$A = a - 2\Omega v - \Omega^2 x$$

$$B = b + 2\Omega u - \Omega^2 y$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{x}}{\partial \mathrm{t}^2} = -\frac{g}{l} x + 2\Omega \frac{\partial y}{\partial t} + \Omega^2 x$$

$$\frac{\partial^2 \mathrm{y}}{\partial \mathrm{t}^2} = -\frac{g}{l} y - 2\Omega \frac{\partial x}{\partial t} + \Omega^2 y$$

左边第一项为加速度

右边第一项为重力加速度，第二项为科氏加速度，右边第三项为离心加速度

将x,y方向用复数的形式 $z = x + iy$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + 2\Omega i \frac{\partial z}{\partial t} + \left[\frac{g}{l} - \Omega^2\right] z = 0$$

当 Ro = 1, 重力和离心力相互抵消，只有科氏加速度即纯惯性运动

当g = 0, 则方程两个特征根重合，为Ω. 在这种情况，解变为 $z = \left(V_1 + V_2 t\right) e^{-i\Omega t}$.

$$z \propto \exp\left(-i\omega t\right)$$

$$\omega^2 - 2\Omega\omega - \left(\frac{g}{l} - \Omega^2\right) = 0$$

$$\omega_1 = \Omega + \sqrt{g/l},\ \ \omega_2 = \Omega - \sqrt{g/l}$$

$$z = A_1 e^{-i\omega_1 t} + A_2 e^{-i\omega_2 t}$$

重力加速度为零的情况可以用钢球在圆盘的运动来体现。

根据以上公式，带入不同的参数，就可以计算理论轨迹。

两种本征周期

$$T_p = \frac{2\pi}{\sqrt{g/l}}$$: 摆锤的周期

$$T_r = \frac{2\pi}{|\Omega|}$$: 转台（地球）的周期

据动能与势能的关系 $\frac{u^2}{2} = gl$ 和 Rossby数定义 $Ro = \frac{U}{2\Omega L}$

解的结果（运动轨迹）取决于不同的**Rossby 数**:

$$Ro \equiv \frac{T_r}{T_p} = \frac{\sqrt{g/l}}{|\Omega|} \qquad (1)$$

$$Ro \equiv \frac{Tr}{Tp} = \frac{\text{地球周期}}{\text{锤摆周期}} = \frac{\sqrt{g/l}}{|\Omega|}$$

地球自转角速度 $\Omega_p=7.292\times10^{-5}$ 弧度/秒

重力加速度 $g=9.8m/s^2$

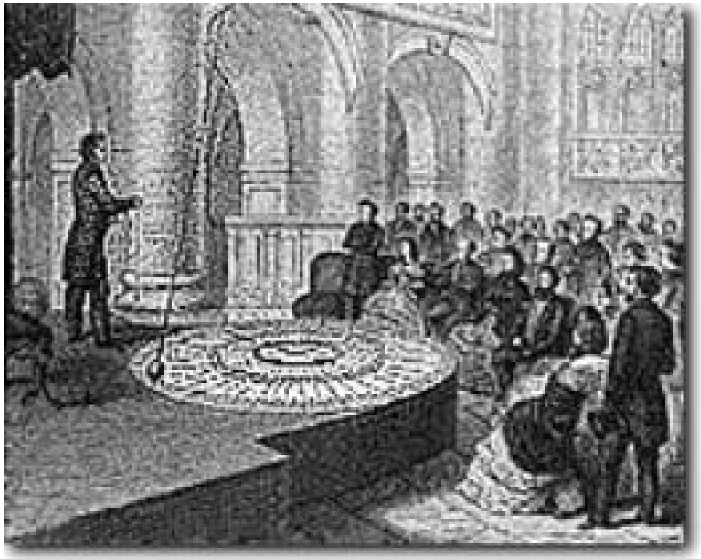
傅科摆吊臂线长 $L=67m$

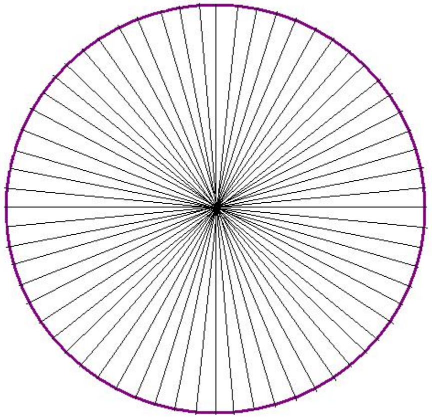
$$\boxed{\text{可得 } Ro = 5000}$$

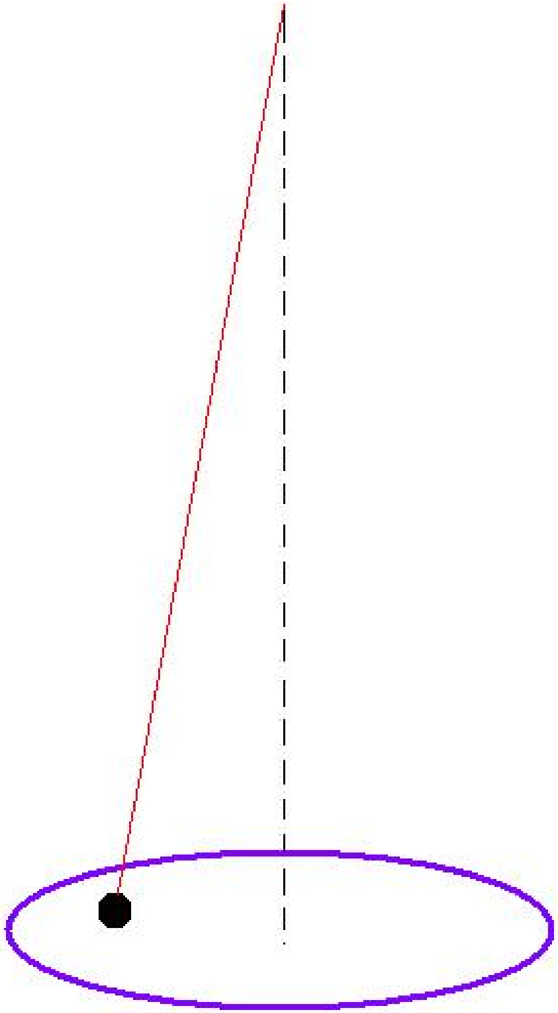
地球周期 Tr=24*60*60=86400秒

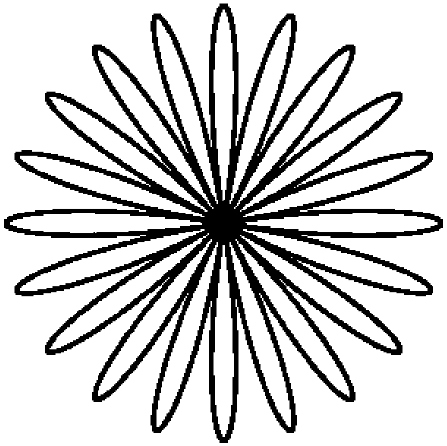
得摆垂周期 Tp=17.28秒

每天 5000 次来回；10000个刻度
每17.29秒移动一个刻度。
每个刻度间距 0.000628 弧度



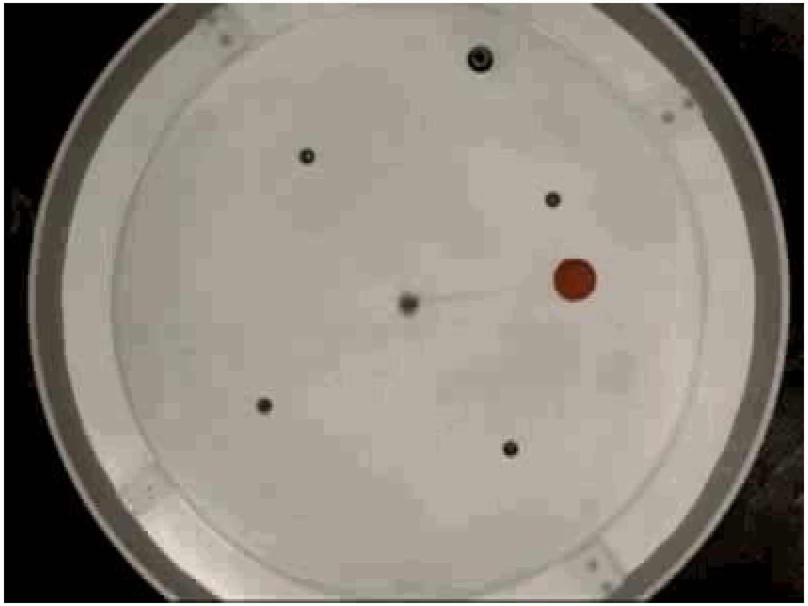






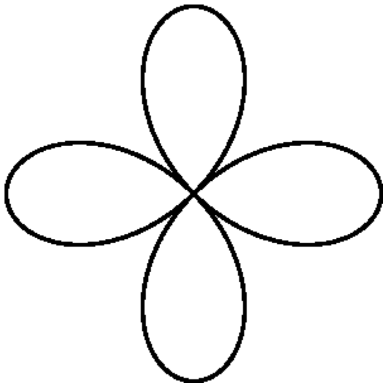
Ro =10 时，即转台转速慢，转台周期远小于小球摆动周期，**小球的轨迹近似往复运动。** **相当于傅科摆**

Ro =10



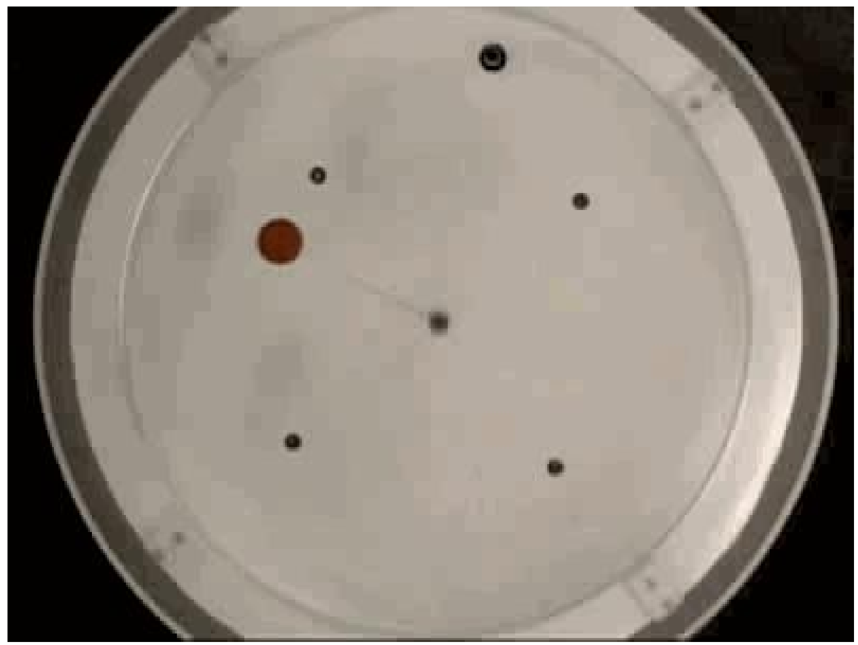
Ro 是整数时，每转一圈的环形数目为 2Ro.

$$Ro = \frac{U}{2\Omega L} = \frac{\text{惯性力}}{\text{科氏力}} = \frac{\text{转台周期}}{\text{摆锤周期}}$$



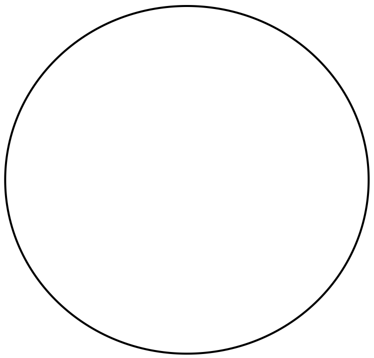
Ro=2

当Ro减小，椭环更圆一些，环的数目也相应减少。

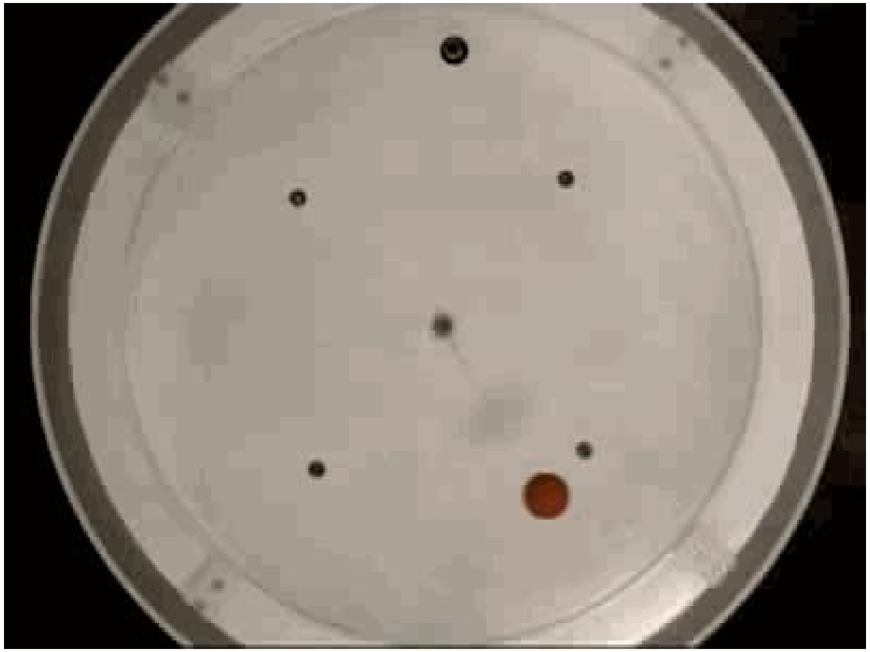


$$Ro = \frac{U}{2\Omega L} = \frac{\text{惯性力}}{\text{科氏力}} = \frac{\text{转台周期}}{\text{摆锤周期}}$$

当Ro等于1时，转台周期等于小球摆动周期，小球的轨迹是圆。 并且这两个圆相互重叠，相当于一个周期转两周，称为惯性圆。



Ro=1



$$Ro = \frac{U}{fL} \approx \frac{U}{2\Omega L} = \frac{\text{惯性力}}{\text{科氏力}}$$

END